

Übungsblatt 3

Aufgabe P1 *Erwartungswert und Varianz.*

Die Zufallsvariable X nehme die Werte 1, 2 und 3 mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{10}$ an. Bestimmen Sie $\mathbb{E}[X]$ und $\mathbb{E}[X^2]$.

Aufgabe P2 *Größte Augenzahl.*

Sie würfeln zweimal mit einem fairen Würfel und notieren die größte der beiden Augenzahlen.

- Geben Sie eine Zufallsvariable mit einem zugehörigen Wahrscheinlichkeitsraum an, der die größte Augenzahl beschreibt.
- Geben Sie die zugehörige Zähldichte und Verteilungsfunktion an.
- Berechnen Sie die durchschnittliche größte Augenzahl.

Aufgabe P3 *Unabhängigkeit von Vereinigung.*

Es seien A , B , C und D unabhängige Ereignisse.

- Zeigen Sie direkt mit der Definition von Unabhängigkeit von Ereignissen, dass dann auch $A \cap B$, C und D unabhängig sind.
- Zeigen Sie direkt aus der Definition, dass dann auch $A \cup B$ und $C \cup D$ unabhängig sind.

Aufgabe H1 Codezahlen.

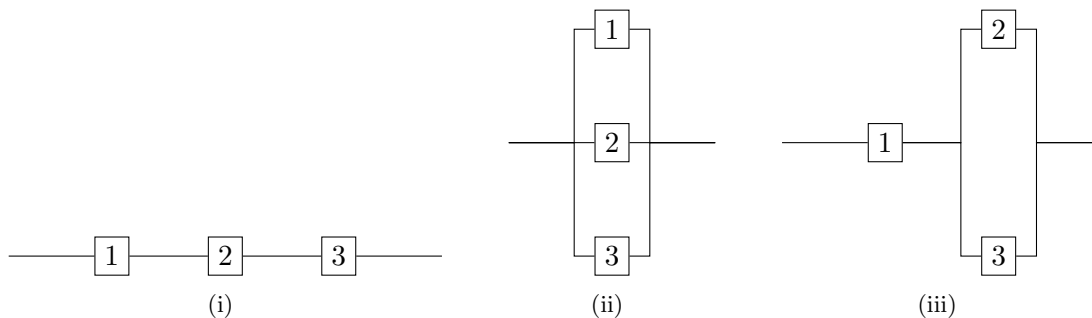
Bei einer 4-stelligen Code-Zahl wird jede Ziffer aus $\{0, \dots, 9\}$ gewählt.

- Geben Sie eine Zufallsvariable mit einem zugehörigen Wahrscheinlichkeitsraum an, der die Anzahl der verschiedenen Ziffern der Codezahl beschreibt. (Die Code-Zahl 0272 besteht beispielsweise aus 3 verschiedenen Ziffern.)
- Geben Sie die zugehörige diskrete Dichtefunktion (Zähldichte) der ZV aus Teil a) an.
- Geben Sie die zugehörige Verteilungsfunktion der ZV aus Teil a) an.
- Geben Sie den Erwartungswert der zugehörigen ZV aus Teil a) an.

Aufgabe H2 Netzwerke.

Betrachten Sie jeweils die drei folgenden Netzwerke mit jeweils drei Komponenten. Sei jeweils A_j das Ereignis, dass die Komponente j ausfällt.

- Drücken Sie für jedes Netzwerk durch die Ereignisse A_1, A_2, A_3 aus, dass es eine Verbindung von links nach rechts gibt.
- Sei die Wahrscheinlichkeit, dass eine Komponente ausfällt 0,3. Die Komponenten fallen unabhängig voneinander aus. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es eine Verbindung von links nach rechts gibt.



Aufgabe H3 .

Im Folgenden sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \subseteq \Omega$. **Beweisen Sie oder widerlegen** Sie die folgenden Aussagen:

- A, B sind stochastisch unabhängig und $\mathbb{P}(C) > 0$. Daraus folgt $\mathbb{P}(A \cap B | C) = \mathbb{P}(A | C) \mathbb{P}(B | C)$
- Sei $0 < \mathbb{P}(B) < 1$. Aus $\mathbb{P}(A | B) = \mathbb{P}(A | B^c)$ folgt, dass A, B unabhängig sind.
- Seien A, B und A, C stochastisch unabhängig. Dann sind auch $A, B \cup C$ stochastisch unabhängig.

Abgabe der Hausübungen (Aufgaben H1 bis H3): **Mittwoch, 10. November, 13:00 Uhr**

Viel Erfolg! :)